

RALLYE MATHÉMATIQUE DE FRANCHE-COMTÉ

Finale du jeudi 13 avril 2006

Les classes de Troisième doivent résoudre les exercices 1 à 6.

Les classes de Seconde doivent résoudre les exercices 4 à 9.

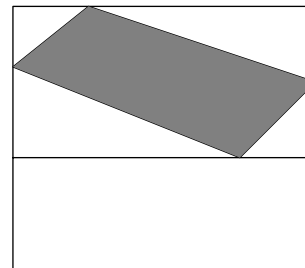
La classe doit rendre une seule réponse par exercice traité **en explicitant la démarche**.

1 – Drapeau

Le club Lyrle change son emblème.

Le choix retenu est un drapeau bicolore, de forme rectangulaire, tel que les deux couleurs représentent la même aire.

Le quadrilatère grisé a un sommet sur chaque côté du drapeau.



Compléter les trois modèles de drapeaux sur la fiche réponse, conformément aux vœux du club.

2 – Problème de matériel

Mon compas vient de rester coincé sur une ouverture. Vu son état, je pourrai tracer au maximum encore trois cercles avant qu'il ne casse complètement. J'ai une règle dont les graduations sont effacées et j'ai perdu mon équerre.

Comment tracer la perpendiculaire à la droite (d) passant par le point M de (d) ?



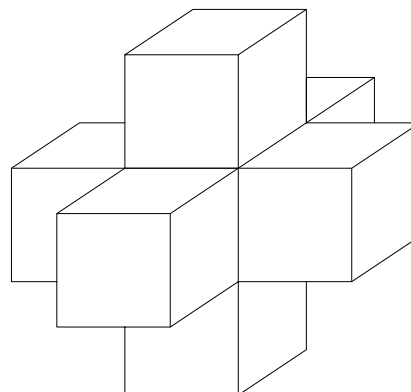
Justifier les tracés.

3 – Croix dans l'espace

Toutes les arêtes du solide représenté ci-contre mesurent 2,4 cm de longueur.

Il s'agit d'en réaliser un patron dessiné entièrement sur une feuille de format A4.

Il est inutile de mettre des languettes mais le patron sera découpé et collé par une face sur la feuille réponse.



4 – Piscine

Accablé par la canicule, François rêve d'une piscine.

Il imagine d'abord une piscine dont la surface serait un rectangle, de largeur ℓ égale à 5 m.

La plus grande distance qu'il pourrait parcourir en ligne droite à la surface de l'eau (la diagonale d) serait égale à 13 m. Il calcule alors la longueur L de cette piscine en utilisant la formule : $L^2 = d^2 - \ell^2$.

Il rêve ensuite d'une piscine dont la surface serait un trapèze isocèle. Les côtés non parallèles mesureraient aussi 5 m et la diagonale également 13 m. Pour connaître les dimensions des bases B et b , il utilise une variante de la formule précédente : $B \times b = d^2 - \ell^2$, avec $\ell = 5$ m et $d = 13$ m.

Les formules utilisées sont-elles exactes ? Justifier.

S'il veut de plus que B et b soient des nombres entiers, pourra-t-il réaliser la piscine de ses rêves ?

Donner toutes les possibilités qui s'offrent à lui.

5 – Boissons fraîches

En ce dimanche de juin, Freddy patine sur ses rollers depuis plus de deux heures lorsqu'il aperçoit un distributeur de boissons fraîches devant un supermarché. La cannette coûte deux euros. La machine accepte toutes les pièces de notre monnaie (depuis 2 € jusqu'à 1 cent), mais ne rend pas la monnaie.

En vidant ses poches, Freddy constate avec soulagement qu'il a plus que la somme nécessaire et qu'il pourra donc étancher sa soif.

Il constate ensuite qu'il ne peut pas faire l'appoint et que sa cannette lui coûtera plus de deux euros.

Il s'aperçoit enfin qu'il a la malchance d'avoir la somme maximale ne lui permettant pas de faire l'appoint.

Quelle somme avait-il donc avant d'acheter sa cannette ? Quelle somme lui restera-t-il après son achat ?

6 – Un problème de robinet

Paul dispose de trois robinets pour remplir son bassin. Plusieurs possibilités s'offrent à lui :

- En ouvrant le robinet n° 1 pendant 1 h 20 min et le robinet n° 2 pendant 2 h 20 min, il remplit entièrement son bassin.
- En ouvrant le robinet n° 1 pendant 2 h 30 min et le robinet n° 3 pendant 1 h 30 min, il remplit le bassin à moitié.
- En ouvrant le robinet n° 2 pendant 1 h, il remplit le bassin au tiers.

S'il ouvre les trois robinets en même temps, au bout de combien de temps le bassin sera-t-il rempli ?

On suppose que les débits sont constants et que l'ouverture ou la fermeture d'un robinet ne modifie pas le débit des autres.

7 – Météo

Monsieur André, passionné de météorologie, rêve de statistiques. Ainsi, durant le mois d'octobre dernier, il a relevé les données pluviométriques suivantes :

- La quantité d'eau tombée chaque jour de ce mois est soit 0 mm, soit 1 mm, soit 2 mm, soit 5 mm.
- Le nombre de jours sans pluie durant octobre est un nombre premier.
- Le nombre de jours où il est tombé moins de 2 mm est aussi un nombre premier.
- Le nombre de jours où il est tombé moins de 3 mm est aussi un nombre premier.
- La hauteur d'eau totale, exprimée en millimètres, tombée en octobre est un nombre impair.

Le problème a plusieurs solutions. Déterminez-en une que vous reporterez dans le tableau de la fiche réponse :

Hauteur (en mm)	0	1	2	5
Nombres de jours				

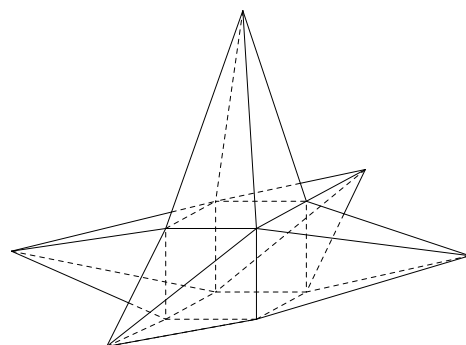
La hauteur d'eau totale est alors de ...

En fait, dans toutes les solutions, le nombre de jours sans pluie est toujours le même. Pourquoi ?

8 – Patron d'un solide

Pour réaliser le solide représenté ci-contre en perspective, on a d'abord fabriqué cinq pyramides régulières de hauteur 4 cm, dont la base est un carré de côté 2 cm.

Puis on a collé ces cinq pyramides sur cinq faces d'un cube dont les arêtes mesurent 2 cm.



Réaliser un patron de ce solide en justifiant les dimensions.

Il est inutile de mettre des languettes mais le patron sera découpé et collé par une face sur la feuille réponse.

9 – Tour SA PEUR

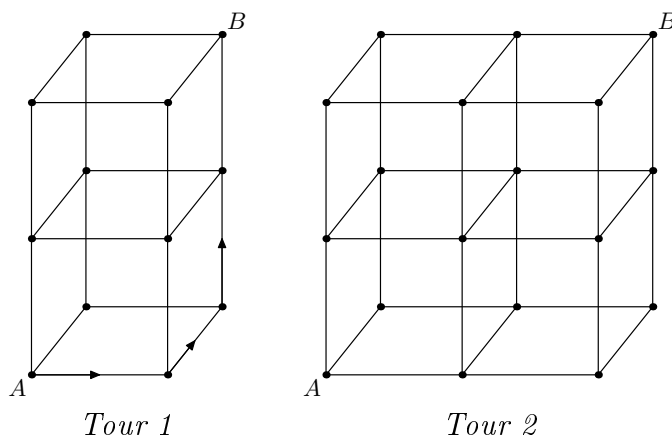
Chaque jour, les sapeurs pompiers de Lode doivent faire un parcours d'entraînement physique et technique. Un des exercices consiste à progresser sur des poutrelles métalliques disposées en réseau cubique.

Pour cela, ils disposent de deux tours de six mètres de hauteur, dont les schémas sont disposés ci-contre.

Les consignes sont les suivantes :

- partir de A ;
- suivre un chemin, le plus court, composé d'arêtes de « cubes » pour progresser (sens indiqué sur trois arêtes de la tour 1) et arriver en B .

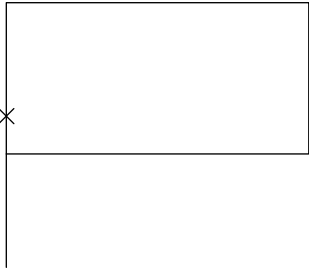
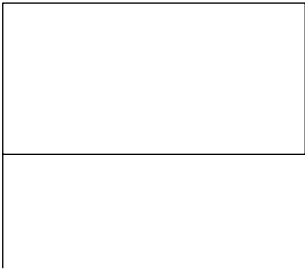
Le sapeur Tinmar a pour consigne supplémentaire de réaliser chaque jour un chemin différent, sur l'une des tours.



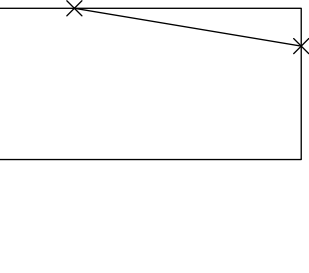
Combien de jours lui faudra-t-il pour réaliser tous les chemins possibles sur la tour 1 ? Même question pour la tour 2.

Établissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe : <i>Effectif de la classe :</i>

Fiche réponse de l'exercice n° 1



Un sommet du quadrilatère est déjà placé.



Deux sommets du quadrilatère sont déjà placés.

Établissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe : <i>Effectif de la classe :</i>

Fiche réponse de l'exercice n° 2



Établissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe : <i>Effectif de la classe :</i>

Fiche réponse de l'exercice n° 7

Hauteur (en <i>mm</i>)	0	1	2	5
Nombres de jours				

La hauteur d'eau totale est alors de ...

Pourquoi le nombre de jours sans pluie est toujours le même ?

Établissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe : <i>Effectif de la classe :</i>

Fiche réponse de l'exercice n°